

# Partie I – Introduction

## Graphes et Algorithmes – GRAAL

Gaëtan Staquet  
gaetan.staquet@ec-nantes.fr

École Centrale de Nantes – LS2N  
S508

Janvier à mars 2026

# Qui suis-je ?

Je suis Gaëtan Staquet, maître de conférences (enseignant-chercheur) à l'ECN et au LS2N.

Côté enseignement :

- ▶ De l'informatique théorique (en InfoSI et InfolA).
- ▶ De la programmation (en première année et en InfolA).

Côté recherche :

- ▶ Modélisation de systèmes informatiques via des automates (des graphes particuliers).
- ▶ Vérification que des modèles satisfont les propriétés désirées.
- ▶ Théorie des jeux.

Bref, des **méthodes formelles**. Si ces sujets vous intéressent, n'hésitez pas à me contacter.

1. Ce cours

2. Pourquoi des graphes ?

# Objectifs du cours

Les objectifs à haut niveau :

- ▶ S'initier à la notion de **graphes**, fondamentale en informatique.
- ▶ Percevoir la richesse et la variété des applications.
- ▶ Se familiariser avec les algorithmes et les structures de données les plus communs.

# Objectifs du cours

Les objectifs à haut niveau :

- ▶ S'initier à la notion de **graphes**, fondamentale en informatique.
- ▶ Percevoir la richesse et la variété des applications.
- ▶ Se familiariser avec les algorithmes et les structures de données les plus communs.

Ok, mais qu'est-ce que ça veut dire ?

- ▶ Être capable de modéliser un problème via un graphe.
- ▶ Être capable de choisir un algorithme approprié et l'appliquer.
- ▶ Être capable de prouver des résultats.
- ▶ Être capable d'expliquer le fonctionnement d'un algorithme, d'une implémentation, d'une approche de résolution d'un problème.

# Évaluations

Deux évaluations :

- ▶ Une présentation de 20 minutes par groupe de 4. Compte pour 50%.
  - ▶ Le 9 mars.
  - ▶ Pour évaluer votre capacité à expliquer de nouvelles informations.
  - ▶ Plus d'informations le 16 février.
- ▶ Un devoir surveillé de 2h. Compte pour 50%.
  - ▶ Le 23 mars.
  - ▶ Vous avez droit à une feuille A4 recto verso de notes manuscrites.
  - ▶ Pour évaluer votre capacité à expliquer et appliquer des concepts vus en cours, ainsi que la modélisation et la résolution d'un nouveau problème.
  - ▶ Les questions du DS ressembleront aux exercices dans ces diapositives et les TP.

# Types de questions au DS

Quatre<sup>1</sup> questions au DS :

- ▶ Un QCM d'échauffement pour balayer le cours en largeur.
- ▶ Une question d'application d'un algorithme vu en cours.
  - ▶ L'algorithme ne sera pas donné dans l'énoncé.
  - ▶ Question similaire aux exercices du cours.
- ▶ Une question de compréhension d'un nouvel algorithme.
  - ▶ Soit pour un objectif vu en cours, soit pour un nouvel objectif simple.
  - ▶ Question similaire à certaines parties des TP.
- ▶ Une question de modélisation et résolution d'un problème via des graphes.
  - ▶ Description et exemple du problème. À vous d'expliquer comment faire la modélisation.
  - ▶ Deux possibilités par la suite :
    - ▶ Des lemmes à prouver et en conclure un algorithme.
    - ▶ La description d'un algorithme. Donnez un pseudo-code<sup>2</sup> et expliquez son fonctionnement.
  - ▶ Certains TP vont travailler ces compétences.

---

1. Il est possible qu'une question soit coupée en plusieurs parties pendant l'examen. Ce qui est écrit ici est à titre d'informations.

2. Ou du code Python.

# Plan

Jour	CM/TD	TP
19 janvier	Introduction. Définition des graphes. Successeurs, prédécesseurs et degrés. Chemins, cycles et fermeture transitive. Représentation en mémoire. Parcours (DFS/BFS). Composantes fortement connexes.	Rien.
26 janvier	Rien.	Résolution et génération de labyrinthes (DFS, BFS). Tri topologique. Résolution de formules 2-SAT.
2 février	Arbres. Arbre couvrant minimum.	Arbres orientés. Arbres couvrant minimum orientés. Arbres rouge-noir.
9 février	Chemin de poids minimal (Dijkstra).	Floyd-Warshall. Problème du chemin le plus large.



# Plan

Jour	CM/TD	TP
16 février	Introduction à la théorie des jeux sur graphes. Jeux d'accessibilité.	Jeux d'accessibilité.
2 mars	Préparation des présentations.	
9 mars	Présentations.	
16 mars (2h)	Réseaux de flots. Conclusion et retour de votre part.	Probablement vide.
23 mars (2h)	Devoir surveillé.	

*Remarque 1.1.* Ne vous reposez pas uniquement sur les slides. Des informations utiles vont être dites oralement ou au tableau. Notamment, les corrections des exercices seront faites en cours, mais ne seront pas données sur Hippocampus.

# Livres de référence

- ▶ *Théorie des graphes et applications*, Jean-Claude Fournier.
- ▶ *Graphes et algorithmes*, Michel Gondran et Michel Minoux.
- ▶ *Cartographie des réseaux. L'art de représenter la complexité*, Manuel Lima.

Tous les livres sont disponibles à la médiathèque de l'ECN.

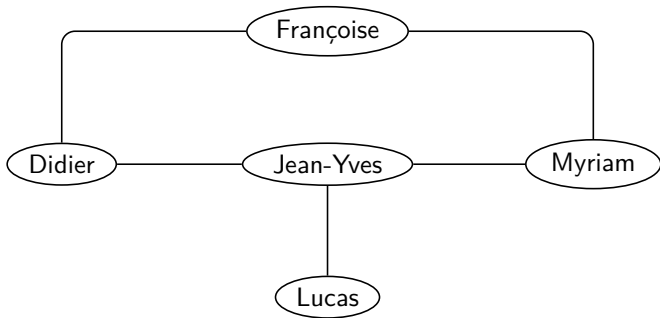
1. Ce cours
2. Pourquoi des graphes ?

# Quiz d'introduction

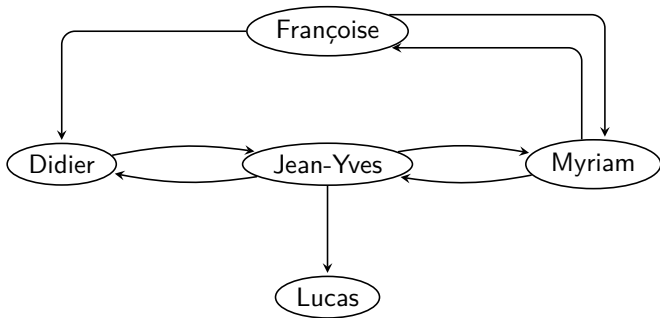
`https://digistorm.app/p/7300810`



# Des amis



# Des amis ?



# Des exemples

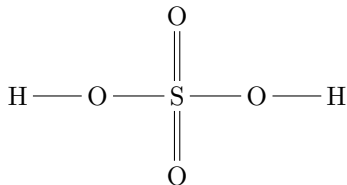


Figure I.1 – Acide sulfurique.

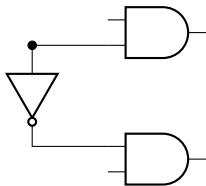


Figure I.2 – Un circuit logique.



Figure I.3 – Des transports en commun. Source : <https://naolib.fr>

## Des exemples

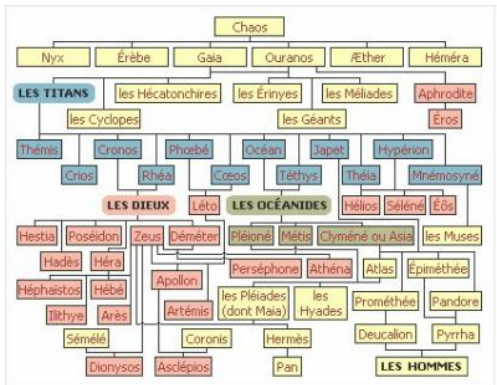


Figure I.4 – Un arbre généalogique.<sup>3</sup>

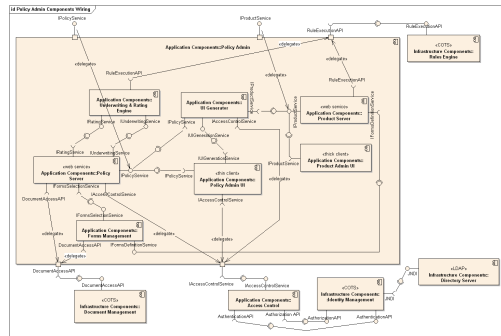


Figure I.5 – Un diagramme de composants.<sup>4</sup>

3. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gorogistenek\\_csaladfa.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Gorogistenek_csaladfa.jpg) CC-BY-SA 4.0

4. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Policy\\_Admin\\_Component\\_Diagram.PNG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Policy_Admin_Component_Diagram.PNG) CC-BY-SA 3.0



# Relations

**Point commun.** Les graphes permettent de représenter le fait qu'il y a une liaison entre  $A$  et  $B$ .

# Relations

**Point commun.** Les graphes permettent de représenter le fait qu'il y a une liaison entre  $A$  et  $B$ .

Quelques rappels : soit  $X$  un ensemble.

- ▶ Une **relation** (binaire) est un sous-ensemble de paires d'éléments de  $X$  :  $R \subseteq X \times X$ .
- ▶  $(x, y) \in R$  signifie «  $x$  est en relation avec  $y$  pour  $R$  ». On écrira plutôt  $x R y$ .
- ▶  $R$  est **réflexif** si pour tout  $x \in X$ , on a  $x R x$ .
- ▶  $R$  est **symétrique** si pour tout  $x, y \in X$  tels que  $x R y$ , on a aussi  $y R x$ .

# Relations

**Point commun.** Les graphes permettent de représenter le fait qu'il y a une liaison entre  $A$  et  $B$ .

Quelques rappels : soit  $X$  un ensemble.

- ▶ Une **relation** (binaire) est un sous-ensemble de paires d'éléments de  $X$  :  $R \subseteq X \times X$ .
- ▶  $(x, y) \in R$  signifie «  $x$  est en relation avec  $y$  pour  $R$  ». On écrira plutôt  $x R y$ .
- ▶  $R$  est **réflexif** si pour tout  $x \in X$ , on a  $x R x$ .
- ▶  $R$  est **symétrique** si pour tout  $x, y \in X$  tels que  $x R y$ , on a aussi  $y R x$ .

Plus formellement, un graphe permet de représenter des relations binaires.

## Avantages.

- ▶ Mise en évidence de la structure de la situation donnée ;
- ▶ Fournir une vision globale du problème  $\leadsto$  intuition et raisonnement.
- ▶ Cette formalisation est fondamentalement **discrète**.

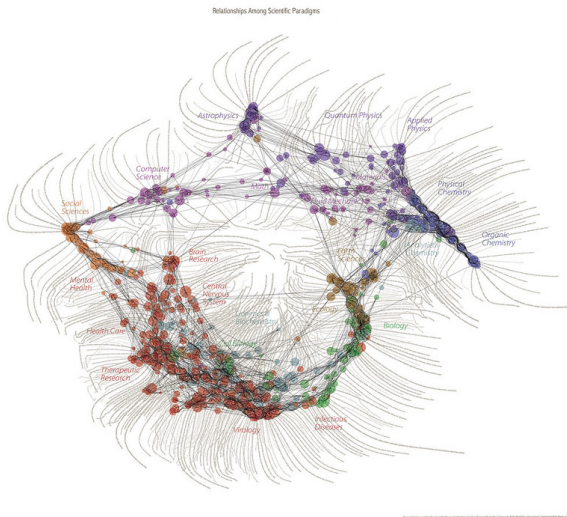


Figure 1.6 – Liens entre des communautés scientifiques, basés sur les citations.  
W. Bradford Paley, Dick Klavans et Kevin Boyack, *Carte des paradigmes scientifiques*, 2006.

# Relations entre les communautés de recherche en informatique théorique en France

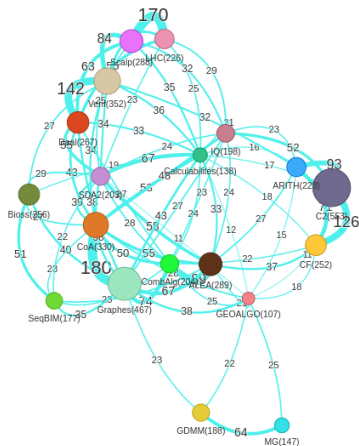


Figure I.7 – Liens entre les groupes de travail du CNRS en Informatique Fondamentale et ses Mathématiques, basés sur le nombre de personnes en commun. Site du Groupement de recherche du CNRS Sciences informatiques. <https://mygdr.hosted.lip6.fr/accueilGDR/1/10>, consulté le 08 janvier 2026.

# Internet

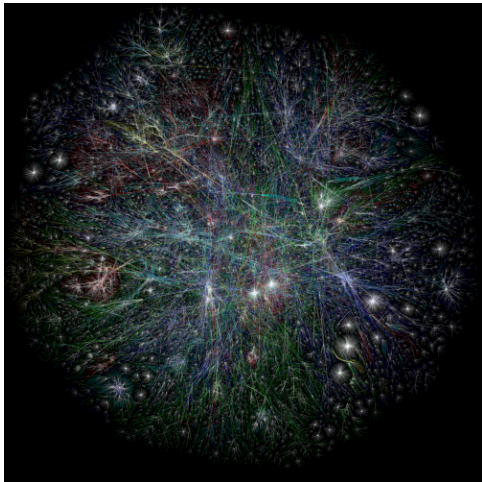


Figure I.8 – Cartographie d'Internet obtenu en analysant les liens entre des adresses IP.  
Barrett Lyon - The Opte Project.  
<https://www.opte.org>, consulté le 08 janvier 2026.

# Représentation d'échange d'e-mails

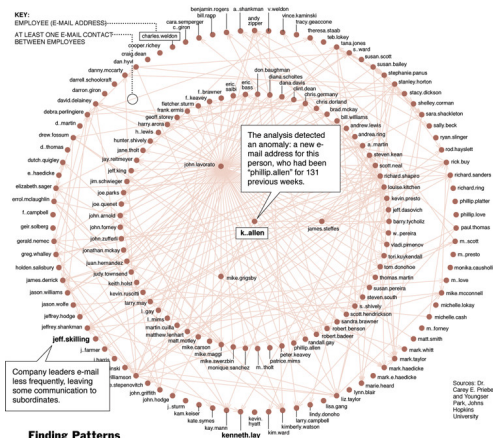


Figure I.9 – Carte d'échanges d'e-mails entre employés Epson pendant une semaine de mai 2001.

Bill Marsh pour *The New York Times*. *Finding Patterns in Corporate Chatter*, 2005.

# Comme forme d'expression artistique

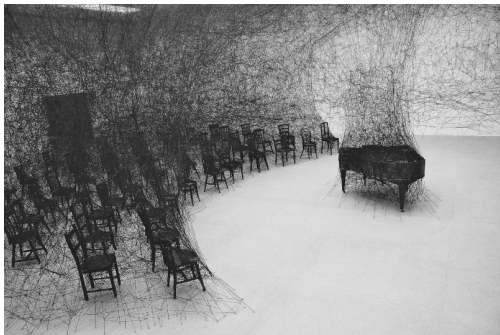


Figure I.10 – *In Silence*, Chiharu Shiota, 2008.



# Un vaste champ d'applications

Bref, les graphes peuvent être utilisés dans beaucoup de domaines comme **outil de modélisation** et de **visualisation**.

Dans ce cours, on va surtout chercher à tirer de l'information des graphes. Par exemple :

- ▶ Comment trouver un chemin optimal entre un point de départ et un point d'arrivée ?
- ▶ Étant donné le coût nécessaire pour installer des câbles électriques entre plusieurs villes, comment les connecter en minimisant le coût total ?
- ▶ Comment modéliser le comportement d'un système face à son environnement ?

# Un peu d'histoire

Le mot **graphe** vient du grec ancien γραφος (graphos) qui veut dire **écrit**.

---

5. [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Konigsberg\\_bridges.png](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Konigsberg_bridges.png) CC-BY-SA 3.0

# Un peu d'histoire

Le mot **graphe** vient du grec ancien γράφος (graphos) qui veut dire **écrit**.

Le premier article de recherche sur les graphes remonte au XVIII<sup>e</sup> siècle : EULER, « Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis », 1741.

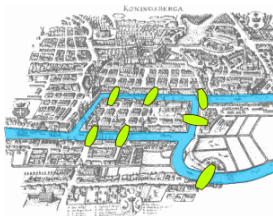


Figure I.11 – Les 7 ponts de la ville de Königsberg.<sup>5</sup>

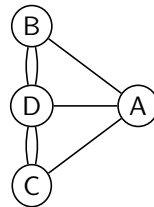


Figure I.12 – Un graphe qui modélise la situation.

**Question I.2.** Existe-t-il un chemin qui permet d'emprunter chaque pont **une et une seule** fois ?

5. [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Konigsberg\\_bridges.png](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Konigsberg_bridges.png) CC-BY-SA 3.0

# Un peu d'histoire

Le mot **graphe** vient du grec ancien γράφος (graphos) qui veut dire **écrit**.

Le premier article de recherche sur les graphes remonte au XVIII<sup>e</sup> siècle : EULER, « Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis », 1741.

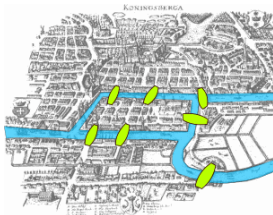


Figure I.11 – Les 7 ponts de la ville de Königsberg.<sup>5</sup>

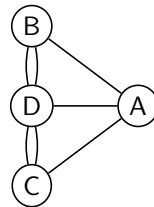


Figure I.12 – Un graphe qui modélise la situation.

**Question I.2.** Existe-t-il un chemin qui permet d'emprunter chaque pont **une et une seule** fois ?

Non : il faut que tous les sommets aient un nombre de voisins qui soit pair.

5. [https://en.wikipedia.org/wiki/File:Königsberg\\_bridges.png](https://en.wikipedia.org/wiki/File:Königsberg_bridges.png) CC-BY-SA 3.0